

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике

2018-2019 уч. год

Решения и ответы

5 класс

1. Поскольку делимое в 5 раз больше делителя, значит, частное равно 5. А так как делитель в 5 раз больше частного, значит, он равен 25, а делимое, соответственно, равно 125. Ответ: 125, 25, 5.

2. Достаточно нанести промежуточные деления в точках 1 см, 4 см, 7 см. Тогда у нас образуются 4 отрезка: 1 см, 3 см, 3 см и 2 см. Нетрудно убедиться, что такой линейкой можно отмерить любое целое расстояние от 1 до 9 см.

3. Это могло получиться, если в первом случае разрезы не пересекались между собой, а во втором — пересеклись. Например, если в первом случае разрезы были параллельны друг другу, а во втором — перпендикулярны.

4. Такой квадрат составить нельзя, поскольку его периметр должен быть 50 см, т.е. стороны не являются целыми числами.

5. Ответ: $1045:11 = 95$

Решение: Перепишем пример так: $***5 = ** \times 11$. Сразу понятно, что число $**$ оканчивается на 5. Кроме того, оно больше 90, ибо число $90 \times 11 = 990$ – трехзначное (а при меньших 90, ещё меньше 990), а наше произведение четырехзначно. Отсюда ясно, что единственное подходящее число - 95.

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике

2018-2019 уч. год

Решения и ответы

6 класс

1. Из условия ясно, что все слагаемые равны. Тройка, на которую одно слагаемое меньше суммы всех трёх, равна сумме двух других слагаемых. Поэтому каждое слагаемое равно $3/2$.
2. Из условия задачи следует, что в коробке не яблоками являются не более двух фруктов (иначе можно вытащить 3 фрукта, среди которых не будет яблок). Аналогично, не грушами являются не более трех фруктов (иначе можно вытащить 4 фрукта, среди которых не будет груш). Таким образом, в коробке лежит ровно 5 фруктов: три яблока и две груши. Они все и будут вытащены.
3. Не может. Пусть сумма всех сумм, делящихся на 4, равна A . Тогда сумма всех остальных сумм тоже равна A , а сумма всех 12 сумм – $2A$. Поскольку A делится на 4, сумма всех сумм делится на 8. Но в этой сумме все числа таблицы учтены ровно по два раза (по столбцу и по строке). Поэтому она равна $2 \times (1+2+\dots+36) = 36 \times 37$, а это число на 8 не делится. Противоречие.
4. Заметим, что прямоугольников 3×5 не более чем $(22 \times 15)/(3 \times 5) = 22$ штуки. Теперь приступим к разрезанию.
Разрежем наш лист на три поперек стороны 22: 5×15 , 5×15 и 12×15 . Теперь третий кусок разрежем вдоль стороны 12 на четыре равных куска 3×15 . Всего получится 6 кусков — два 5×15 и четыре 3×15 . Из первых двух кусков мы получим по 5 заготовок 5×3 , а из оставшихся четырех — по 3 заготовки 3×5 . Итого, получится 22 куска.
5. Отдавать шляпу больше раз, чем получать, мог только тот, кто пришел в шляпе, а заявление свое делал, не имея шляпы. Значит, в шляпах пришло не меньше 10 джентльменов, а шляп не больше, чем $20 - 10 = 10$. Отсюда ясно, что в шляпах пришли ровно 10 джентльменов.

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике

2018-2019 уч. год

Решения и ответы

7 класс

1. Можно обойтись и одной парой скобок. Например, так: $1-2-3-4-(5-6-7)=0$.

2. Возьмем любой из автобусов. Моменты, когда он попадался Васе навстречу и когда он обгонял Васю, очевидно, чередовались. При этом первым и последним из них были моменты, когда автобус шел Васе навстречу: иначе бы Вася застал бы автобус в пункте А или в пункте Б. Поэтому каждый автобус попался Васе навстречу на один раз больше, чем обогнал его. Значит, автобусы обгоняли Васю 15 раз.

3. Ответ: 270°

Решение: Если уменьшить один из данных углов на 90° , то их сумма станет равна 180° .

4. Ответ: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10 грибов.

Упорядочим людей по возрастанию количества собранных грибов: $a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_9$. Ясно, что $a_0 \geq 0$, $a_1 \geq 1$, ..., $a_9 \geq 9$. Оставим у каждого число грибов, равное его номеру, отложив лишние в сторону. Тогда у грибников останется $0 + 1 + \dots + 9 = 45$ грибов. Значит, в сторону был отложен ровно один гриб. Он мог быть взят только у грибника №9 (иначе у каких-то двух грибов было бы поровну).

5. Если от шнура отрезать четверть (для этого нужно дважды сложить его пополам), останется как раз 50 см. Действительно, $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$.